

Konvergenz rekursiv definierter Folgen

Gegeben sei ein $c > 0$, ein Startwert $x_0 \in (0, \frac{2}{c})$
und eine rekursiv definierte Folge: $x_{n+1} := x_n(2 - c x_n)$ (*)

Man zeige:

- a) Die Folge $\{x_n\}$ ist für $n \geq 1$ monoton wachsend und beschränkt.
- b) Es ist $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{1}{c}$.
- c) Im Fall $c \in (0, 2)$ und $x_0 = 1$ gilt: $x_n = \frac{1-(1-c)^{2^n}}{c}$ für $n \in \mathbb{N}$.