

### Konvergenz rekursiv definierter Folgen

Gegeben sei ein  $c > 0$ , ein Startwert  $x_0 \in (0, \frac{2}{c})$   
und eine rekursiv definierte Folge:  $x_{n+1} := x_n(2 - c x_n)$  (\*)

Man zeige:

- a) Die Folge  $\{x_n\}$  ist für  $n \geq 1$  monoton wachsend und beschränkt.
- b) Es ist  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{1}{c}$ .
- c) Im Fall  $c \in (0, 2)$  und  $x_0 = 1$  gilt:  $x_n = \frac{1-(1-c)^{2^n}}{c}$  für  $n \in \mathbb{N}$ .